第72講　変量の変換

変量の変換

変量 x についてのデータの値が，n 個の値，x_1，x_2，・・・，x_n であるとする．$u_k = \frac{x_k - x_0}{c}$ で与えられる新しい変量 u を考える．
このとき，x，u のデータの平均値をそれぞれ $\overline{x}$，$\overline{u}$，分散をそれぞれ V_x，V_u，標準偏差を s_x，s_u とすると，次のことが成り立つ．

$$\overline{x} = c\overline{u} + x_0$$

$$s_x^2 = c^2 s_u^2$$

$$s_x = |c| s_u$$

問題　72.1　変量の変換の練習問題

2018 聖マリアンナ医科（改）

たたよび

生徒 50 人に行ったテストの得点を，x_1，x_2，･･･，x_{50} とする．
得点の平均値は 42，分散は 36 であった．
このとき，$z_i = \frac{1}{6}x_i - 7$ $(i = 1,\ 2,\ \cdots,\ 50)$ とおくと，
z_1，z_2，･･･，z_{50} の平均値と分散を求めよ．

問題　72.2　変量の変換

変量 x についてのデータが n 個の値 x_1, x_2, $\cdots$, x_n であるとする.
このとき, c, x_0 を定数として,
$u_1=\frac{x_1-x_0}{c}$, $u_2=\frac{x_2-x_0}{c}$, $\cdots$, $u_n=\frac{x_n-x_0}{c}$ で得られる
新たな変量 u を考える.
次の問いに答えよ.

（1）変量 x のデータの平均値を $\bar{x}$, 変量 u のデータの平均値を $\bar{u}$ とするとき, $\bar{x}=c\bar{u}+x_0$ で表されることを証明せよ.

（2）変量 x のデータの標準偏差を s_x, 変量 u のデータの標準偏差を s_u とするとき, $s_x=|c|s_u$ で表されることを証明せよ.

第72講 変量の変換

ただよび

共分散における変量の変換

2 つの変量 x, y のデータが, n 個の x, y の値の組として,
$(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$, ・・・・・・・ $(x_n,\ y_n)$ のように与えられている場合を考える. このとき, $u_k = \dfrac{x_k - \alpha}{c_1}$, $v_k = \dfrac{y_k - \beta}{c_2}$ で与えられる
新しい変量 u, v を考える.
このとき, x と y の共分散を s_{xy}, u と v の共分散を s_{uv} とすれば, 次のことが成り立つ.

$$s_{xy} = c_1 c_2\, s_{uv}$$

問題　72.3　共分散に関する変量の変換

2018 藤田保健衛生大・前期（改）

10 名に対してそれぞれ 10 問からなる 2 種類の試験 A，B を行ったところ，A の正答数の平均値は 5.5，B の正答数の平均値は 5，A の正答数と B の正答数の共分散は 2.7 であった．この結果に対して，

$$(\mathrm{A}\text{の得点}) = 10 \times (\mathrm{A}\text{の正答数}) - 5$$
$$(\mathrm{B}\text{の得点}) = 11 \times (\mathrm{B}\text{の正答数}) - 7$$

として得点を定めるとき，A の得点と B の得点の共分散を求めよ．